



GUIA DE APRENDIZAJE N°2 NÚMEROS RACIONALES “Q”

Departamento de matemática
Nombre del profesor(a): Ingrid Bejar H.

Nombre del estudiante:.....Curso: 4° MEDIO A
Nombre de la Unidad: Números
Objetivo de aprendizaje: Aplicar propiedades de los números racionales en la resolución manual de ejercicios y problemas.
Tiempo de desarrollo: 2 horas aula

CONCEPTOS BÁSICOS:

1.- Números Racionales.

Son todos aquellos números que se pueden escribir o expresar como el cociente entre dos números enteros.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} / a, b \in Z \text{ y } b \neq 0 \right\}$$

2.- Igualdad Entre Números Racionales.

$$\text{Sean, } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q, \text{ entonces } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

3.- Clasificación de las Fracciones.

Observaciones:

Sea $\frac{a}{b} \in Q$ se tiene que:

- 1.- $|a| < |b|$, entonces al número $\frac{a}{b}$ se le denomina Fracción Propia.
- 2.- $|a| \geq |b|$, entonces al número $\frac{a}{b}$ se le denomina Fracción Impropia.
- 3.- Toda Fracción Impropia puede ser representada como número mixto.

4.- Operatoria en Adición y Sustracción Q.

Sean, $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \in \mathbb{Q}$ Adición: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ Sustracción $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$	Propiedades que se cumplen 1.- Clausura 2.- Conmutatividad 3.- Asociatividad. 4.- Elemento neutro 5.- Elemento Inverso
Observaciones: 1) El inverso aditivo u opuesto de $\frac{a}{b}$ es $-\frac{a}{b}$ el cual se puede escribir también $\frac{-a}{b}$ o $\frac{a}{-b}$	2) El número mixto $A\frac{b}{c} = \frac{Ac+b}{c}$ O se puede escribir como la suma entre el entero y la fracción $A + \frac{b}{c}$

5.- Operatoria en Multiplicación y División Q.

Sean, $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \in \mathbb{Q}$ Multiplicación: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ División $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}, \text{ con } c \neq 0$	Propiedades que se cumplen 1.- Clausura 2.- Conmutatividad 3.- Asociatividad. 4.- Elemento neutro (1). 5.- El Elemento Inverso 6.- Distributividad Observación: El inverso multiplicativo o Recíproco de $\frac{a}{b}$, es $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$
---	---

6.- Relación de Orden en Q.

Sean, $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \in \mathbb{Q}$ y $b, d \in \mathbb{Z}^+$. Entonces: $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \geq bc$ Observación 1) Para comparar números racionales, también se puede utilizar los siguientes procedimientos: - a.- Igualar numeradores. - b.- Igualar denominadores. - c.- Convertir a número decimal. 2) Entre dos números racionales cualesquiera hay infinitos números racionales.

7.- Número Decimales.

Al efectuar la división entre numerador y denominador de una fracción, se obtiene su desarrollo decimal, el cual puede ser finito, infinito periódico o infinito semiperiódico.

- 1- Decimal finito: 0,45
- 2- Decimal infinito periódico: $12,\bar{4}$; $2,\bar{5}$; $0,\bar{3}$
- 3- Decimal infinito semiperiódico: $3,6\bar{2}7$; $0,5\bar{2}$

8.-Transformación de Decimal a Fracción.

1.- Decimal Finito:

Se escribe en el numerador todos los dígitos que forman el número decimal y en el denominador una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número.

Ejemplo:

$$0,250 = \frac{250}{10^3} = \frac{250}{1000} = \frac{1}{4}$$

2.- Decimal Infinito Periódico:

Se representan con una línea sobre el periodo, que corresponde a las cifras que se siguen repitiendo infinitamente. Para transformarlos a fracción se hace lo siguiente:

- i) En el numerador se escribe la diferencia entre el número completo (sin considerar la coma) y el número formado por todos los dígitos que van antes del período.
- ii) En el denominador se escriben tantos nueves como cifras tenga el período.

Ejemplo:

$$1,\bar{5} = \frac{15-1}{9} = \frac{14}{9}$$

3.- Decimal Infinito Semiperiódico: Son aquellos en que hay cifras decimales que van antes de un período. Para transformarlos a fracción se hace lo siguiente:

- i) En el numerador se escribe la diferencia entre el número completo (sin considerar la coma) y el número formado por todos los dígitos que van antes del período.
- ii) En el denominador se escriben tantos nueves como cifras tenga el período, seguidos de tantos ceros como cifras tenga el ante-período (corresponde a las cifras decimales anteriores al período).

Ejemplo:

$$1,2\bar{3} = \frac{123 - 12}{90} = \frac{111}{90} = \frac{37}{30}$$

9.- Aproximaciones.

Frecuentemente conviene **redondear** o **truncar** un número, dejando una **aproximación** con menos cifras significativas, de las que tiene originalmente.

- 1- **Aproximaciones por defecto y exceso:** A veces necesitaremos trabajar con números con una gran cantidad de cifras decimales. Como por ejemplo los números periódicos, y por tanto en ocasiones será necesario aproximarlos. Las aproximaciones que resultan menores que el valor del número inicial se llaman **aproximaciones por defecto** y las que resultan mayores se llaman **aproximaciones por exceso**.

Para aproximar por defecto: Se identifica la posición a la que se quiere aproximar y se consideran las cifras decimales hasta la posición que se determinó.

Ejemplo: Aproximar por defecto a la décima el número 3,47
 $3,47 = 3,4$

Para aproximar por exceso: Se identifica la posición a la que se quiere aproximar y luego la cifra por aproximar se debe aumentar en una unidad.

Ejemplo: Aproximar por exceso a la unidad el número 15,28
 $15,28 = 16$

Ejemplo: Aproximar a la **milésima** el número 3,14159 por exceso y por defecto.

Por exceso: $3,14159 = 3,142$

Por defecto: $3,14159 = 3,141$

- 2- **Redondeo:** Para **redondear** un número decimal finito o infinito se agrega 1 al último dígito que se conserva (redondeo por **exceso**), si el primero de los dígitos eliminados es mayor o igual a 5; si la primera cifra a eliminar es menor que 5, el último dígito que se conserva se mantiene (redondeo por **defecto**). Por lo tanto, como ejemplos **bajo esta regla**, al redondear a la centésima los números 4,748 y 9,5237 se obtiene 4,75 y 9,52, respectivamente.
- 3- **Truncamiento:** para **truncar** un número decimal, se consideran como ceros las cifras ubicadas a la derecha de la última cifra a considerar. De esta manera, como ejemplo, si se trunca a la centésima el número 2,5698 resulta 2,56. (Truncar es equivalente a aproximar por defecto)
- 4- **Estimaciones:** Realizar un cálculo estimativo, consiste en efectuarlo con cantidades aproximadas por redondeo a las dadas, reemplazando dígitos distintos de ceros por ceros, dejando la cantidad de cifras significativas que se indique (lo que habitualmente es una cifra).